

NOM et Pr. :

ECGE 1214 - Examen de Janvier 2006 - Partie 2 - Série A

Toutes les démarches doivent être justifiées. Le verso des feuilles peut être utilisé.

A. Survol de la matière (environ 40% des points)

Quand il y a lieu, il faut cocher la ou les réponses correctes.

- A.1. $F(x, y, z)$ est une fonction de classe \mathcal{C}^1 . Quelques valeurs de cette fonction et de ses dérivées partielles sont données ci-dessous.

$$\begin{array}{lll} F(0, 1, 0) = 2 & F(0, 1, 1) = 3 & F(1, 1, 1) = 4 \\ \partial_1 F(0, 1, 0) = -1 & \partial_1 F(0, 1, 1) = 0 & \partial_1 F(1, 1, 1) = 3 \\ \partial_2 F(0, 1, 0) = -3 & \partial_2 F(0, 1, 1) = 2 & \partial_2 F(1, 1, 1) = 0 \\ \partial_3 F(0, 1, 0) = -4 & \partial_3 F(0, 1, 1) = 5 & \partial_3 F(1, 1, 1) = 7 \end{array}$$

On transforme F en une fonction $G(t, y)$ en posant $x = t^3 - 3t$ et $z = e^{2t}$.

Calculer $\frac{\partial G}{\partial t}(0, 1) =$

et $\frac{\partial G}{\partial y}(0, 1) =$.

- A.2. On considère le problème de l'optimisation de la fonction $z = f(x, y) = x^2 + xy^3$ sous les contraintes $\begin{cases} y \leq -x + 1 \\ y \geq x^2y - 1 \end{cases}$.

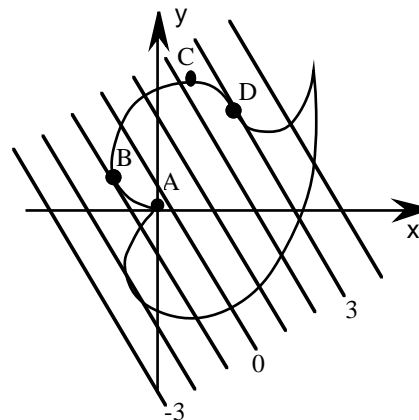
Ecrivez le Lagrangien du problème

et les conditions de Kuhn-Tucker que doivent satisfaire les candidats extrémants (réguliers) du problème. (Il ne faut pas résoudre les équations, juste les écrire.)

A.3.

On considère le problème d'optimisation d'une fonction $f(x, y)$ sous la contrainte $g(x, y) = 0$.

La figure ci-contre donne le graphe (en forme de feuille) de la contrainte et quelques courbes de niveau (les droites) de la fonction f .



	*vérifie les conditions de rang	détermine un max. local	détermine un min. local
Le point A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Le point B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Le point C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Le point D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Le point E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

* Par "vérifier les conditions de rang", on entend : "vérifier les conditions nécessaires données par le théorème du rang".

Justifiez brièvement vos réponses.

B. Question théorique (environ 25% des points)

- B.1. Énoncez avec précision le théorème des fonctions implicites dans le cas de deux relations entre 3 variables

$$\begin{cases} g_1(x_1, x_2, x_3) = 0 \\ g_2(x_1, x_2, x_3) = 0 \end{cases} .$$

Soyez attentif à être complet.

NOM et Pr. :

C. Exercice (environ 35% des points)

C.1. On donne la fonction

$$z = xy^2 - x^2 - z^2 - 4x \ .$$

1. Donnez la différentielle $d_{\bar{a}}f(h, k, l)$ de f au point $\bar{a} = (1, 4, 0)$.
Utilisez cette différentielle pour calculer une approximation de $f(0.9, 4.01, -0.2)$.
2. Recherchez les points stationnaires de cette fonction.
3. Précisez le mieux possible le caractère des points trouvés (maximum ou minimum, local ou global ; point de selle) .

Remarque : on peut aborder la question 2 sans avoir répondu à la question 1.